

**Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur
Mecklenburg-Vorpommern**

Rahmenplan für die Vorstufe des Fachgymnasiums

Mathematik

2007

1 Vorbemerkungen

Da sich die neuen Rahmenpläne (Kerncurricula) von 2006 für die allgemeinbildenden Unterrichtsfächer auf die Qualifikationsphase beschränken, war es erforderlich, für die berufsübergreifenden Unterrichtsfächer der Vorstufe (Jahrgangsstufe 11) an Fachgymnasien neue Rahmenpläne zu erarbeiten und so die Anschlussfähigkeit an die Kerncurricula herzustellen, die vom Schuljahr 2007/2008 an auch am Fachgymnasium in den Jahrgangsstufe 12 und 13 gelten.

Die Basis für die Rahmenpläne stellt die *Verordnung zur Arbeit und zum Ablegen des Abiturs am Fachgymnasium* (FGVO) vom 27.02.06 dar. Dort wird für die Vorstufe zwischen Fächern und Schwerpunktfächern unterschieden:

Fächer des berufsübergreifenden Bereichs in der Vorstufe sind: *Evangelische Religion, Philosophie, Sport*, die im Umfang von zwei Wochenstunden unterrichtet werden.

Schwerpunktfächer des berufsübergreifenden Bereichs in der Vorstufe sind: *Deutsch, Geschichte und Politische Bildung, Mathematik*, alle Fremdsprachen und alle Naturwissenschaften. Sie werden (gem. FGVO, § 7, Abs. 4) mit unterschiedlichen Wochenstundenzahlen unterrichtet:

<i>Mathematik, Englisch, eine weitere Fremdsprache</i>	4
<i>Deutsch, Geschichte und Politische Bildung</i>	3
Naturwissenschaften	2

Die Anschlussfähigkeit nach unten und oben wird dadurch gesichert, dass

- **Eingangsvoraussetzungen** beschrieben wurden, die bestimmt sind durch die Rahmenpläne der Regionalen Schule bis zur Jahrgangsstufe 10 sowie – in den Unterrichtsfächern *Biologie, Chemie, Deutsch, Englisch, Mathematik* und *Physik* – durch die KMK-Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss;
- **abschlussorientierte Standards** formuliert wurden. Hierfür wurden die Eingangsvoraussetzungen der Kerncurricula für die Qualifikationsphase übernommen.

Die Rahmenpläne sind **kompetenz-orientiert**. Dabei wurden jene Kompetenzbereiche aufgegriffen, die in den Kerncurricula verwendet werden. Diese korrespondieren in den meisten Unterrichtsfächern auch mit den Kompetenzbereichen der Einheitlichen Prüfungsanforderungen für die Abiturprüfung (EPA).

2 Eingangsvoraussetzungen

Für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb sollten Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Vorstufe bestimmte fachliche Anforderungen bewältigen. Diese sind in den KMK-Bildungsstandards im Fach *Mathematik* für den Mittleren Schulabschluss beschrieben und werden im Folgenden dargestellt.

Mit entsprechender Eigeninitiative und gezielter Förderung können auch Schülerinnen und Schüler die Vorstufe erfolgreich absolvieren, die zu Beginn der Vorstufe diese Eingangsvoraussetzungen noch nicht in vollem Umfang erreicht haben. Den Schülerinnen und Schülern ermöglichen sie, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern. Lehrkräfte nutzen sie für differenzierte Lernarrangements sowie zur individuellen Lernberatung.

2.1 Allgemeine mathematische Kompetenzbereiche

Standards für den Kompetenzbereich *Mathematisch argumentieren*

Dazu gehört:

- Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wie verändert sich...?“, „Ist das immer so ...?“) und Vermutungen begründet äußern,
- mathematische Argumentationen entwickeln (Erläuterungen, Begründungen, Beweise),
- Lösungswege beschreiben und begründen.

Standards für den Kompetenzbereich *Probleme mathematisch lösen*

Dazu gehört:

- vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,
- geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.

Standards für den Kompetenzbereich *Mathematisch modellieren*

Dazu gehört:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.

Standards für den Kompetenzbereich *Mathematische Darstellungen verwenden*

Dazu gehört:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
- unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.

Standards für den Kompetenzbereich *Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen*

Dazu gehört:

- mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten,
- symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt,
- Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen,
- mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständlich einsetzen.

Standards für den Kompetenzbereich *Kommunizieren*

Dazu gehört:

- Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.

2.2 Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die oben beschriebenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden von Schülerinnen und Schülern in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Dementsprechend lassen sich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen als Dispositionen von Schülerinnen und Schülern vielfältig inhaltsbezogen konkretisieren. Im Folgenden werden Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen benannt.

Sie sind jeweils ausgewählten mathematischen Leitideen zugeordnet, um Verständnis von grundlegenden mathematischen Konzepten zu erreichen, Besonderheiten mathematischen Denkens zu verdeutlichen sowie Bedeutung und Funktion der Mathematik für die Gestaltung und Erkenntnis der Welt erfahren zu lassen.

Folgende mathematische Leitideen sind zu Grunde gelegt:

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- Funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall.

Eine Leitidee vereinigt Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete und durchzieht ein mathematisches Curriculum spiralförmig.

Die Zuordnung einer inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenz zu einer mathematischen Leitidee ist nicht in jedem Fall eindeutig, sondern davon abhängig, welcher Aspekt mathematischen Arbeitens im inhaltlichen Zusammenhang betont werden soll.

(L 1) Leitidee Zahl
Die Schülerinnen und Schüler
– nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
– stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenz-Schreibweise,
– begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen,
– nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen,
– nutzen zur Kontrolle Überschlagsrechnungen und andere Verfahren,
– runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,
– verwenden Prozent- und Zinsrechnung sachgerecht,
– erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
– wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen,

– führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen,
– prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells und seiner Bearbeitung.
(L 2) Leitidee Messen Die Schülerinnen und Schüler
– nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen,
– wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel),
– schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten,
– berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren,
– berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern,
– berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen,
– nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.
(L 3) Leitidee Raum und Form Die Schülerinnen und Schüler
– erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,
– operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
– stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar,
– stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
– analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes,
– beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,
– wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen an, insbesondere den Satz des PYTHAGORAS und den Satz des THALES,
– zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware,
– untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen,
– setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.
(L 4) Leitidee Funktionaler Zusammenhang Die Schülerinnen und Schüler
– nutzen Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge,
– erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher, tabellarischer oder graphischer Form sowie gegebenenfalls als Term dar,

– analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (wie lineare, proportionale und antiproportionale),
– lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen, proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen,
– interpretieren lineare Gleichungssysteme graphisch,
– lösen Gleichungen und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch, auch unter Einsatz geeigneter Software, und vergleichen ggf. die Effektivität ihres Vorgehens mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren),
– untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen,
– bestimmen kennzeichnende Merkmale von Funktionen und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph her,
– wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an,
– verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung von periodischen Vorgängen,
– beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms,
– geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mit Hilfe dieser Funktion beschrieben werden können.
(L 5) Leitidee Daten und Zufall Die Schülerinnen und Schüler
– werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus,
– planen statistische Erhebungen,
– sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software),
– interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen,
– reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren,
– beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,
– bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten.

3 Abschlussorientierte Standards

Am Ende der Vorstufe müssen die Schülerinnen und Schüler jene Kompetenzen erworben haben, die im Rahmenplan für die Qualifikationsphase als Eingangsvoraussetzungen beschrieben sind.

Prozessbezogene Kompetenzen



Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
- begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen,
- entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen,
- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.



Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen,
- geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen,
- vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele,
- finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Zwischenergebnisse, Variablen),
- verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes),
- reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.



Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und vereinfachen eine reale Situation, sodass diese mathematisch zugänglich wird, und reflektieren die Vereinfachungen,
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen, Zufallsversuche u. a.),
- interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung,
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls,
- geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen, die es beschreibt, an.



Darstellungen verwenden

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, graphische und symbolische),
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen,
- erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.



Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Information, zum Modellieren und zum Problemlösen und Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse,
- setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, DGS, TK und CAS) zur Darstellung und beim Problemlösen ein.



Kommunizieren und Kooperieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathemathhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen),
- stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen,
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen.

Inhaltsbezogener Kompetenzen



Leitidee: Zahl

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar und runden Dezimalzahlen sachgerecht,
- verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an,
- führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen,
- erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen.

Die grundlegenden Kompetenzen, die sich auf die Leitidee *Zahl* beziehen, haben die Schülerinnen und Schüler bereits am Ende der Jahrgangsstufe 10 erworben. Die Leitidee *Zahl* spielt in der anschließenden Qualifikationsphase weiterhin eine wichtige Rolle. Der Zahlbegriff wird dort aber im Wesentlichen unter der Leitidee *Grenzwertprozess/Approximation* vertieft und vernetzt.



Leitidee: funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler

- wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen quadratischer Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren,
- charakterisieren und interpretieren die Verläufe der Funktionen $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = a^x$, $f(x) = \log_a x$ und beschreiben Anwendungssituationen für diese Funktionen,
- verwenden Winkelmaße in Grad- und Bogenmaß und interpretieren diese auch über den Vollwinkel hinaus,
- geben zeichnerisch und rechnerisch Umkehrfunktionen zu linearen Funktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen und zu Exponentialfunktionen an und beschreiben damit reale Situationen,
- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, graphischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungsproblemen,
- verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme.



Leitidee: Approximation

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben und reflektieren ein Verfahren zur Einschachtelung einer irrationalen Zahl ($\sqrt{2}$ oder π),
- nutzen das Prinzip von CAVALIERI (Scherung), um Flächen- und Volumenformeln zu begründen.



Leitidee: räumliches Strukturieren/ Koordinatisieren

Die Schülerinnen und Schüler

- klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften,
- berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras.



Leitidee: Daten und Zufall

Die Schülerinnen und Schüler

- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch,
- bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert) sowie Streumaße (z. B. Spannweite) und interpretieren diese,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe von LAPLACE-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an,
- nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten,
- nutzen Binomialverteilung (Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung), BERNOULLI-Ketten, Binomialkoeffizienten und Fakultäten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Anwendungskontexten.



Leitidee: Messen

Die Schülerinnen und Schüler

- messen Strecken und Winkel,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren, Volumen und Oberfläche von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammengesetzten Körpern,
- bestimmen Flächeninhalt und Umfang von krummlinig begrenzten Figuren näherungsweise.



Leitidee: Algorithmus

Algorithmen spielen auch im Sekundarbereich I eine Rolle. Sie werden bei ihrer Einführung im Unterricht entwickelt, reflektiert und später immer wieder ausgeführt (siehe Eingangsvoraussetzungen zur Kompetenz „Symbole, Verfahren und Werkzeugen verwenden“). Am Ende des Sekundarbereiches I wird jedoch nicht erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler das Prinzip bestimmter Algorithmen oder allgemein die Idee des Algorithmus selbstständig reflektieren können.

4 Kompetenzen und Inhalte

Für die nachstehenden Inhalte wurden folgende Symbole verwendet:

- ☐ kennzeichnet erfahrungsgemäß gesicherte Kenntnisse aus dem Sekundarbereich I;
- ☐☐ umfasst weitere Eingangsvoraussetzungen, die zum Teil noch Festigung (Wiederholung bzw. Vertiefung) erfordern;
- ☐☐☐ kennzeichnet die Inhalte, die wahrscheinlichen Erarbeitungsbedarf besitzen.

4.1 Leitidee *Zahl*

<p>☐</p> <ul style="list-style-type: none">– rationale, irrationale, reelle Zahlen, Mengendiagramme– Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner, sinnvolle Genauigkeit– Wurzeln von Quadratzahlen, Interpolation (Kopfrechnen)– Rechengesetze der Bruch-, Potenz- und Wurzelrechnung zur Termumformung– Gleichungen mit Bruch-, Potenz- und Wurzeltermen
<p>☐☐</p> <ul style="list-style-type: none">– Notwendigkeit der Zahlenbereichserweiterung– abbrechende und einfache periodische Dezimalzahlen als Brüche– geometrische Konstruktion einiger Quadratwurzeln (auch auf der Zahlengeraden)– Intervallschachtelung als Näherungsverfahren– Rechnen mit Quadratwurzeln (Produkt, Quotient, Summe, Differenz)– Gleichungen mit Bruch-, Potenz- und Wurzeltermen
<p>☐☐☐</p> <ul style="list-style-type: none">– indirekter Beweis der Irrationalität einer Quadratwurzel– Bestimmen der Zahl e oder π durch ein Näherungsverfahren– Zahlenfolge (propädeutisch)
<p>Kompetenzerwerb im Themenfeld</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler besitzen ein sicheres Zahlenverständnis und -vorstellungsvermögen sowie Fertigkeiten im numerischen und algebraischen Operieren mit Quadratwurzeln.</p> <p>Die folgenden Kompetenzen zum <i>Argumentieren</i> und <i>Kommunizieren</i> und zur Leitidee <i>Zahl</i> bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:</p> <ul style="list-style-type: none">• Erläutern der Eigenschaften irrationaler Zahlen• Begründen der Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung• Verwenden von reellen Zahlen zur Lösung von Problemen und zur Darstellung mathematischer Sachverhalte <p>Das Verständnis der Irrationalität wird vertieft durch die Beschreibung von geeigneten Quadratwurzeln und der Zahl e oder π durch ein Näherungsverfahren. Mit geeigneter Software (z. B. Tabellenkalkulationsprogramm, CAS) kann der Iterationsprozess verdeutlicht werden. Die Leitidee <i>Approximation</i> wird gleichzeitig damit verfolgt.</p>

4.2 Leitidee *Funktionaler Zusammenhang*

4.2.1 Lineare Gleichungen, Gleichungssysteme und Funktionen

- lineare Funktionen
- lineare Gleichungssysteme mit bis zu 3 Unbekannten, geeignete Lösungsverfahren
- äquivalente Umformungen von Ungleichungen

- Systeme linearer Ungleichungen mit bis zu 2 Unbekannten
- graphisches und rechnerisches Bestimmen von Anstieg und Steigungswinkel
- graphisches und rechnerisches Bestimmen von Schnittpunktkoordinaten

- Lagebeziehung zwischen Geraden (Schnittwinkel, Parallelität, Orthogonalität)
- Streckenlänge und -mittelpunkt, Umfang und Flächeninhalt

4.2.2 Situationen mit quadratischen Funktionen und Potenzfunktionen beschreiben

- Parabelformen in der Umwelt
- Graphen quadratischer Funktionen der Form $f(x) = ax^2 + n$ über Wertetabellen, Elemente der Kurvendiskussion
- Lösung quadratischer Gleichungen der Form $0 = ax^2 + n$ durch systematisches Probieren, mit Hilfe von Tabellen und durch Ablesen von Koordinatenwerten

- Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion, geometrische Bedeutung der Parameter (Verschiebung, Streckung/Stauchung) in der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion
- graphische Lösung quadratischer Gleichungen
- Begründung der Lösbarkeit quadratischer Gleichungen
- Zerlegung in Linearfaktoren
- Lösungsformel für quadratische Gleichungen
- Koordinaten der Achsenschnittpunkte einer Parabel (graphisch und rechnerisch)
- Schnittpunktkoordinaten von Parabel und Gerade (graphisch und rechnerisch)

- besondere Eigenschaften quadratischer Funktionen (Monotonie, Scheitelpunkt als Hoch- oder Tiefpunkt, Krümmung, Symmetrie, Verhalten für betragsgroße x von der Anschauung her)
- Klassifizieren der Graphen der Potenzfunktionen gemäß ihrer Symmetrieeigenschaften
- Satz von Vieta zur Kontrolle der Lösungen quadratischer Gleichungen
- Extremwertprobleme
- Begründung der Potenzgesetze, Vereinfachung von Termen
- n -te Wurzeln zur Auflösung von Potenzgleichungen (exemplarisch)
- Wurzelfunktion als Umkehrfunktion einer quadratischen Funktion (Normalparabel)
- Polynomdivision

Sachbezüge sind Brückenbögen, Wurfparabel, freier Fall, Brems-/Anhalteweg und Extremalprobleme, die auf quadratische Zielfunktionen führen (z. B. Flächeninhalte, Volumina, Gewinnfunktionen).

4.2.3 Situationen mit Winkeln, Längen und Winkelfunktionen beschreiben



- Graphen der Sinusfunktion, Periodizität
- Winkel und Längen in rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe von Sinus, Kosinus und Tangens



- Bogenmaß eines Winkels
- Eigenschaften der Sinus- und Kosinusfunktion (Definitions- und Wertebereich, Punkt- und Achsensymmetrie, Nullstellen)
- Winkel und Längen in beliebigen Dreiecken (Zerlegung in rechtwinklige Teildreiecke)
- Sinussatz zur Berechnung von Längen und Winkeln in beliebigen Dreiecken
- Begründung des Sinussatzes in spitzwinkligen Dreiecken



- Graphen der allgemeinen Sinusfunktion $y = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ (geometrische Deutung und Beschreibung der Parameter a , b , c und d)
- Kosinussatz in beliebigen Dreiecken
- Winkelbeziehung am Einheitskreis
- Beweis des Sinus- und des Kosinussatzes in beliebigen Dreiecken
- Satz des PYTHAGORAS als Spezialfall des Kosinussatzes
- allgemeine Sinusfunktion als mathematisches Modell für periodische Vorgänge

Sachbezüge: geometrische Flächen und Körper als Modell, Landvermessung, Gezeiten, Sonnenhöhe, Schwingungen und Wellen, Akustik

4.2.4 Wachstum und Zerfall mit Funktionen beschreiben



- exponentielles Wachstum an einfachen Beispielen (z. B. Zinseszins)
- lineares und exponentielles Wachstum (tabellarisch und graphisch, Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms)



- exponentielle Abnahme exemplarisch
- Zerfallsprozesse (tabellarisch und graphisch, Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms)
- mathematische Modelle, Auswirkung von Parameterveränderungen auf Wachstums- bzw. Zerfallsprozesse



- Logarithmengesetze
- Exponential- und Logarithmusgleichungen
- Definition, Eigenschaften und graphische Darstellung der Funktion $y = f(x) = k a^x$
- Definition, Eigenschaften und graphische Darstellung der Funktion $y = f(x) = \log_a x$
- Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen von Exponentialfunktionen
- Exponentialgleichungen

Sachbezüge: Zinseszins, Bevölkerungsentwicklungen, Prognosen zur Entwicklung von Populationen (Seerosen etc.), Entwicklung von Energieverbrauch, Luftverschmutzung, Abbau chemischer Substanzen im Blut, Zerfall radioaktiver Substanzen (C-14-Methode), Bierschaum-Zerfall

Kompetenzerwerb im Themenfeld


Viele Situationen lassen sich durch Potenzfunktionen, insbesondere durch quadratische Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie Winkelfunktionen beschreiben oder annähern. Die Schülerinnen und Schüler wenden in solchen Situationen funktionale Zusammenhänge vielfältig sicher an. Sie stellen diese Zusammenhänge in Tabellen, als Funktionsterme und als Graphen dar oder übersetzen sie in Gleichungen und umgekehrt. Mit Hilfe solcher mathematischen Modelle lösen sie inner- und außermathematische Probleme selbstständig. Die Schülerinnen und Schüler betrachten funktionale Aspekte im Hinblick auf die Beschreibung von in Natur und Technik auftretenden Vorgängen an ausgewählten Beispielen. Innermathematische Vollständigkeitsaspekte (z. B. die Erweiterung des Definitionsbereiches der Sinusfunktion) treten zugunsten von Sachkontexten und fächerübergreifenden Aspekten (z. B. der Beschreibung der gleichförmigen Kreisbewegung) zurück.


Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren*, zum *Argumentieren/Kommunikation* und zu den Leitideen *Approximation* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Themenfeldes.

- Beschreiben und Interpretieren von Realsituationen mit Funktionen
- Verwenden von verschiedenen Darstellungsformen für funktionale Zusammenhänge
- Problemlösen mit Gleichungen
- Kommunikation (Darstellen, Präsentieren, Argumentieren)
- Entwickeln, Anwenden und Überprüfen von Modellen

Beim Einsatz von grafikfähigen Rechnern (FP, auch in Kombination mit CAS) ergeben sich neue Möglichkeiten der Visualisierung und des Problemlösens. Ein propädeutisches Behandeln von Zahlenfolgen und Grenzwerten sollte angestrebt werden. Bei der Betrachtung konkreter Problemstellungen verwenden die Schülerinnen und Schüler mathematische Modelle und erkunden deren Grenzen, die sich z. B. durch nicht-beachtete Einflüsse ergeben. Durch die Möglichkeit mittels Parameterveränderung ein Modell zu variieren, können sich weiterführend Fragen nach Ursache und Wirkung dynamischer Prozesse ergeben. Das selbstständige und entdeckende Lernen wird durch den Einsatz von Software gefördert. Die Simulation komplexerer Wachstums- und Zerfallsprozesse und die Änderung entsprechender Parameter kann z. B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm von den Lernenden selbstständig durchgeführt werden.

4.3 Leitidee *Raum und Form/Messen*

- 
- geometrische Körper (Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel) als abstrakte Modelle
 - Schrägbilder von Körpern, Netze und Papiermodelle von Pyramiden und Kegeln
 - Begründung der Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt von Pyramide, Kegel und Halbkugel

- 
- Schrägbilder zusammengesetzter Körper
 - Satz von CAVALIERI (Bestimmung des Pyramidenvolumens)
 - Herleitung der Formeln für den Oberflächeninhalt von Pyramide und Kegel
 - Oberflächeninhalt von Kugeln näherungsweise durch Zerlegung

- 
- Volumen von Kegel oder Kugel (Begründung mit einem Näherungsverfahren)

Sachbezüge: Behälter, Verpackungen, Werkstücke, Bauwerke

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr räumliches Vorstellungsvermögen und damit ihre Fähigkeit, sich in der Umwelt zu orientieren, wenn sie Körper identifizieren, charakterisieren, darstellen und berechnen. Die folgenden Kompetenzen zum *Darstellen* und zu den Leitideen *Raum und Form* und *Messen* bilden den Schwerpunkt dieses Themenfeldes.

- Erkennen und Beschreiben geometrischer Strukturen in der Umwelt
- Analysieren und Klassifizieren von Körpern auch aus entsprechenden zweidimensionalen Darstellungen
- Skizzieren von Schrägbildern, Entwerfen von Körpernetzen und Herstellung von Modellen ausgewählter Körper
- Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern

Durch das Beschreiben und Darstellen von mathematischen Körpern vertiefen die Schülerinnen und Schüler modellhafte Vorstellungen, die es ihnen ermöglichen, in Gegenständen aus ihrem Umfeld mathematische Figuren zu erkennen und zu charakterisieren. Die Eigenschaften von Körpern erfassen die Lernenden besonders durch das Entwerfen von Netzen und das Bauen von Körpermodellen. Zur Planung der Berechnung von Oberfläche und Volumen in Sachkontexten erstellen sie Skizzen.

4.4 Leitidee *Daten und Zufall*

4.4.1 Statistische Erhebungen



- Klassen von Daten, Säulendiagramme
- Modalwert, Median und arithmetisches Mittel
- Spannweite
- Aussagekraft der Mittelwerte und der Spannweite



- mittlere lineare Abweichung
- zwei Datensätze mit gleichem arithmetischem Mittel und unterschiedlicher mittlerer linearer Abweichung
- typische Fehler (überzogene Genauigkeit, unterschiedliche Bezugsbasis, falsches Festschreiben von Trends, Arbeiten mit vorsortierten Stichproben, falsche Verwendung des Prozentbegriffs) und Manipulationen bei Graphiken



- kumulierte Häufigkeitsverteilungen und Darstellungen (auch Polygonzüge)
- Wahl des Mittelwerts
- Boxplots zur Interpretation der Datenerhebung

Sachbezüge sind alle Formen von Datenangaben und Darstellungen von Daten aus den Medien, aus dem Berufsfeld und aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler.

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Die Lernenden werden im Alltag mit einer Vielzahl von Darstellungen statistischer Daten konfrontiert. Sie können diese kritisch analysieren und gemäß der aufgeworfenen Fragestellung interpretieren. Die folgenden Kompetenzen zum *Argumentieren* und *Kommunizieren* und zu den Leitideen *Daten und Zufall* und *Zahl* bilden den Schwerpunkt dieses Themenfeldes.

- Planen von Erhebungen und Nutzen unterschiedlicher Darstellungsmöglichkeiten von Daten
- Kritisches Analysieren graphischer statistischer Darstellungen
- Interpretieren von Daten mit geeigneten Streuungsparametern
- Situationsangemessenes Darstellen von Zahlen

An Darstellungen werden typische Fehler und Manipulationen diskutiert und beurteilt. Die Schülerinnen und Schüler dokumentieren und präsentieren, üben die Verwendung einer angemessenen Fachsprache und bewerten und reflektieren auf der Grundlage ihrer Kenntnisse die typischen Fehler und Manipulationen in der Statistik. Durch authentische und aktuelle Daten und Darstellungen aus allen Medien (z. B. aus Tageszeitungen, Zeitschriften oder dem Internet) wird die Verbindung zu anderen Fächern und Fachgebieten möglich. Die Darstellungsmöglichkeiten werden durch die Betrachtung von Klassenbildungen und kumulierten Verteilungen erweitert. Die Schülerinnen und Schüler lernen mit Streuungsmaßen weitere Kenngrößen der elementaren beurteilenden Statistik kennen und sie zu interpretieren. Es bietet sich projektartiges Arbeiten an.

4.4.2 Mit Wahrscheinlichkeiten rechnen



- Ergebnismenge 2- und 3-stufiger Zufallsexperimente (Baumdiagramme)
- Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen 2- und 3-stufiger Zufallsexperimente (1. Pfadregel)



- Ergebnismenge mehrstufiger Zufallsexperimente (Baumdiagramme)
- Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen und Ereignissen mehrstufiger Zufallsexperimente (1. und 2. Pfadregel)
- LAPLACE-Wahrscheinlichkeiten auf Grundlage des Urnenmodells („Ziehen mit und ohne Zurücklegen“)
- kombinatorische Grundmodelle („Ziehen mit und ohne Zurücklegen“)



- mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe des Urnenmodells
- Fakultät, Binomialkoeffizient
- Binomialverteilung (Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung exemplarisch)

Sachbezüge sind mehrfacher Würfel- und Münzwurf, Wegenetze, Glücksräder und GALTON-Brett.

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Die Beschreibung von mehrstufigen Zufallsexperimenten steht im Zentrum dieses Themenfeldes. Mit den Pfadregeln berechnen die Schülerinnen und Schüler Ergebnis- und Ereigniswahrscheinlichkeiten von Zufallsexperimenten. Das grundlegende Zählprinzip wird durch die Betrachtung kombinatorischer Grundfälle (Urnenmodell) vertieft.

Die folgenden Kompetenzen zum *Modellieren* und *Argumentieren* und zur Leitidee *Daten* und *Zufall* bilden den Schwerpunkt dieses Moduls:

- Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten
- Verwenden des Urnenmodells zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten

Ausgehend von stochastischen Situationen beschreiben die Schülerinnen und Schüler Ergebnismengen mehrstufiger Zufallsexperimente mit Baumdiagrammen. Die Pfadregeln werden mit Hilfe statistischer Erfassung auf Plausibilität geprüft und in vielfältigen Beispielen angewendet.

Dabei werden zum Vergleich auch Lösungswege im LAPLACE-Modell betrachtet. Zur Vertiefung des allgemeinen Zählprinzips werden niveauspezifisch die kombinatorischen Grundmodelle einbezogen und am Urnenmodell verdeutlicht. Das Themenfeld ist insbesondere dazu geeignet, die sprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler zu fördern und an allen Stellen des Unterrichts Begründungen auf der Grundlage einer angemessenen Argumentationsbasis einzufordern.