Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur
Mecklenburg-Vorpommern

Rahmenplan

Mathematik

für die Jahrgangsstufe 12 der Fachoberschule

2009

Inhaltsverzeichnis

1 Rechtliche Grundlagen

Dem Rahmenplan *Mathematik* an der Fachoberschule liegen folgende rechtliche Bestimmungen zugrunde:

- Vereinbarung über den Erwerb der Fachhochschulreife in beruflichen Bildungsgängen (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 05.06.1998 i. d. F. vom 09.03.01)
- Rahmenvereinbarung über die Fachoberschule (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.04 i. d. F. vom 06.05.08)
- Verordnung zur Aufnahme, Ausbildung und Prüfung an Fachoberschulen und über den Erwerb der Fachhochschulreife (FOSVO M-V vom 26.09.01)

2 Didaktische Grundsätze/Fachprofil

Im Unterricht der Fachoberschule erweitern die Schüler ihre allgemeine mathematische Grundbildung. Im Sinne der letztgenannten Verordnung ist das Fach *Mathematik* ein verbindlicher berufsübergreifender Lernbereich. Er ermöglicht den Lernenden den Erwerb von wissenschaftlichen und fachrichtungsübergreifenden Arbeitsmethoden und Fähigkeiten und hat somit für das Fachhochschulstudium propädeutischen Charakter.

Der Erwerb mathematischer Bildung an der Fachoberschule vollzieht sich mit zwei Perspektiven:

- Die Schüler erwerben Kompetenzen, mit denen sie auch mathematische Probleme im Alltag und in anderen Unterrichtsfächern bewältigen können, und erkennen die Rolle, die mathematisches Denken in der Welt spielt. Sie erweitern und vertiefen somit ihre bisher durch Erfahrung und Lernen erworbene mathematische Bildung.
- Die Schüler erwerben jene mathematische Kompetenzen, die im Sinne einer allgemeinen Fachhochschulreife einen erfolgreichen Studienbeginn ermöglichen. Sie erleben und erarbeiten dabei propädeutisch Strukturen und Prozesse wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens in der Mathematik als grundlegender Wissenschaft in allen Studiengängen.

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit der Einzelne in der Lage und bereit ist, diese Bildung für ein wirksames und verantwortliches Handeln einzusetzen. Zur mathematischen Bildung gehört somit auch die Fähigkeit, mathematische Fragestellungen im Alltag zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen sowie mathematisch begründet zu urteilen. Dies ist ein Aspekt des kritischen Vernuftgebrauchs.

In diesem Sinne zeigt sich mathematische Bildung an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf Prozesse mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen. Dies sind im Einzelnen die Kompetenz, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (Modellieren), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (Problemlösen), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (Argumentieren), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (Kommunizieren) und gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten (Kooperieren). Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und graphischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

Die genannten Kompetenzen bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten Inhalten und im Rahmen von konkreten Fragestellungen heraus. Die Leitideen spiegeln die zentralen Ideen der Mathematik wider. Diese sind Aspekte der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen und durchziehen und vernetzen alle Inhaltsbereiche. Sie dienen als strukturierende Elemente für die Beschreibung der vielfältigen, auf konkrete mathematische Inhalte bezogenen Kompetenzen, die die Schüler im Mathematikunterricht erwerben. Mathematische Bildung zeigt sich erst bei der Beschäftigung mit konkreten Inhalten im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet werden. Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der beschriebenen Kompetenzen, indem er den Schülern drei sich ergänzende Grunderfahrungen von Mathematik ermöglicht:

- Mathematik als Werkzeug und Modell zum Wahrnehmen, Verstehen und Beherrschen von Erscheinungen aus Natur, Gesellschaft und Kultur,
- Mathematik als geistige Schöpfung, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern und mit einer spezifischen Art der Erkenntnisgewinnung,

- Mathematik als Handlungsfeld für die aktive und heuristische Auseinandersetzung mit herausfordernden Fragestellungen auch im Alltag.

Im Sinne dieser drei Grunderfahrungen erleben die Schüler Mathematik als kulturelles und geistiges Produkt sowie als lebendigen Prozess der Auseinandersetzung mit Problemen. Naturwissenschaftliche, ingenieurwissenschaftliche und wirtschaftswissenschaftliche Vorgänge werden mathematisch beschrieben. Deren Prognose, Steuerung und Optimierung lässt die Rolle der Mathematik rasant anwachsen. Diese Dynamik sowie auch die vielen noch ungelösten innermathematischen Probleme zeigen den Lernenden, dass die Mathematik kein abgeschlossenes Wissensgebiet darstellt.

2.1 Erläuterung der prozessbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche[1]

In einem kompetenzorientierten Unterricht erkunden die Schüler mathematische Situationen, erkennen und präzisieren Probleme und versuchen, diese unter Verwendung typischer mathematischer Strategien zu lösen. Sie stellen Vermutungen auf und versuchen, diese schlüssig – auch unter Verwendung mathematischer Begründungsformen – zu verifizieren. Sie vereinfachen und strukturieren Anwendungssituationen, beschreiben sie mit mathematischen Modellen, arbeiten mit diesen Modellen, interpretieren Lösungen und revidieren ggf. die Modelle. Sie reflektieren Problemlöse-, Argumentations- und Modellierungsprozesse und bewerten diese. Im Rahmen von Problemlösungen oder Modellierungen entwickeln sie eigenständig mathematische Begriffe, indem sie Zusammenhänge strukturieren und systematisieren.

Mathematisches Argumentieren

Zu dieser Kompetenz gehört sowohl das Entwickeln situationsadäquater mathematischer Argumentationen als auch das Verstehen oder Bewerten gegebener Argumentationen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise: *Begründe!*, *Widerlege*! oder *Gilt das immer?*. Man kann die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz wie folgt charakterisieren:

- **Anforderungsbereich I**: Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen, usw.) wiedergeben und anwenden; einfache rechnerische Begründungen geben; mit Alltagswissen argumentieren;
- **Anforderungsbereich II**: Überschaubare mehrschrittige Argumentationen nachvollziehen, erläutern oder entwickeln;
- **Anforderungsbereich III**: Komplexe Argumentationen nutzen, erläutern oder entwickeln; verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten.

Mathematisches Problemlösen

Diese Kompetenz beinhaltet das Finden und Anwenden geeigneter Lösungswege und -strategien. Das Spektrum reicht hier von der Anwendung bekannter Lösungsverfahren bis zur Konstruktion komplexer und neuartiger Strategien. Heuristische Prinzipien, wie z. B. *Skizze anfertigen*, *Systematisch probieren* oder *Vom Ergebnis her rückwärts arbeiten*, spielen hier eine wichtige Rolle. Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

- **Anforderungsbereich I**: Lösen einer einfachen mathematischen Aufgabenstellung durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie (z. B. Zeichnen einer einfachen Hilfslinie);
- **Anforderungsbereich II**: Finden eines Lösungsweges zu einer Problemstellung durch ein mehrschrittiges strategiegestütztes Vorgehen;

---

[1] in Anlehnung an: Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Vorbehaltlich redaktioneller Änderungen), Stand 29. Oktober 2008, Uni Kassel, IQB Berlin im Auftrag der KMK

- **Anforderungsbereich III**: Konstruieren einer elaborierten Strategie, um z. B. die Vollständigkeit einer Fallunterscheidung zu begründen oder eine Schlussfolgerung zu verallgemeinern; Reflektieren über verschiedene Lösungswege.

Mathematisches Modellieren

Hier geht es um das Hin- und Herwechseln zwischen außermathematischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden, wozu sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten gegebener Modelle gehört. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Inhalte, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse innerhalb von Realsituationen und das Überprüfen von solchen Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit. Das Spektrum reicht von Standardmodellen bis zu komplexen Modellierungen. Die drei Anforderungsbereiche sind wie folgendermaßen zu charakterisieren:

- **Anforderungsbereich I**: Vertraute und direkt erkennbare Standardmodelle nutzen (z. B. *Dreisatz*); direktes Überführen einer Realsituation in die Mathematik; direktes Interpretieren eines mathematischen Resultats;
- **Anforderungsbereich II**: Mehrschrittige Modellierungen innerhalb weniger und klar formulierter Einschränkungen vornehmen; Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren; ein mathematisches Modell passenden Realsituationen zuordnen oder an veränderte Umstände anpassen;
- **Anforderungsbereich III**: Ein Modell zu einer komplexen Situation bilden, bei der die Annahmen, Variablen, Beziehungen und Einschränkungen neu definiert werden müssen; Überprüfen, Bewerten und Vergleichen von Modellen.

Mathematische Darstellungen verwenden

Diese Kompetenz umfasst sowohl das Auswählen oder Erzeugen mathematischer Darstellungen als auch das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen sowie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen wie Wertetabellen bis zur zweckgerichteten Erzeugung oder Beurteilung neuartiger Darstellungen. Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz können wie folgt beschrieben werden:

- **Anforderungsbereich I**: Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen;
- **Anforderungsbereich II**: Gegebene Darstellungen verständig interpretieren oder verändern; zwischen zwei Darstellungen wechseln;
- **Anforderungsbereich III**: Unvertraute Darstellungen verstehen und verwenden; eigene Darstellungsformen problemadäquat entwickeln, verschiedene Formen der Darstellung zweckgerichtet beurteilen.

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit Zahlen, Größen, Variablen und Termen oder mit geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis zu komplexen Verfahren, einschließlich deren reflektierender Bewertung. Zudem kann man das Beherrschen mathematischer Fakten auch zu dieser Kompetenz zählen. Diese formal-technische Kompetenz steht traditionell im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts in Deutschland. Das ist insoweit noch begründbar, als die meisten anderen Kompetenzen diese Kompetenz werkzeughaft benötigen, z. B. wenn im Verlaufe des Modellierens innermathematisch gearbeitet wird. Die traditionell vorherrschende einseitige Fokussierung auf diese eine Kompetenz lässt sich damit allerdings nicht rechtfertigen. Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz kann man wie folgt genauer fassen:

- **Anforderungsbereich I**: Verwenden elementarer Lösungsverfahren; direktes Anwenden von Formeln und Symbolen; direktes Nutzen einfacher mathematischer Werkzeuge (z. B. Formelsammlung, Taschenrechner);
- **Anforderungsbereich II**: Mehrschrittige Anwendung formal mathematischer Prozeduren; Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen im Kontext;

mathematische Werkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und einsetzen;

- **Anforderungsbereich III**: Durchführen komplexer Prozeduren; Bewerten von Lösungs- und Kontrollverfahren; Reflektieren der Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Werkzeuge.

Über Mathematik kommunizieren und dabei kooperieren

Zu dieser Kompetenz gehört sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Insofern ist diese Kompetenz typischerweise ganz am Anfang (Lesen) und ganz am Ende (Darlegen) von Problemlöseprozessen gefordert. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus einfachen Texten bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum Sinn entnehmenden Erfassen komplexer Texte bzw. zur strukturierten Präsentation anspruchsvoller Überlegungen. Natürlicherweise spielen sprachliche Anforderungen bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle. Die drei Anforderungsbereiche lassen sich wie folgt beschreiben:

- **Anforderungsbereich I**: Darlegung einfacher mathematischer Sachverhalte; Identifikation und Auswahl von Informationen aus kurzen mathematikhaltigen Texten (die Ordnung der Informationen im Text entspricht weitgehend den Schritten der mathematischen Bearbeitung);
- **Anforderungsbereich II**: Verständliche, i. d. R. mehrschrittige Darlegung von Lösungswegen, Überlegungen und Ergebnissen; Äußerungen (richtige, aber auch fehlerhafte) von anderen Personen zu mathematischen Texten interpretieren; Identifikation und Auswahl von Informationen aus mathematikhaltigen Texten (die Ordnung der Informationen entspricht nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung);
- **Anforderungsbereich III**: Entwickeln einer kohärenten und vollständigen Präsentation eines komplexen Lösungs- oder Argumentationsprozesses; komplexe mathematische Texte Sinn entnehmend erfassen; Äußerungen von Anderen vergleichen, bewerten und ggf. korrigieren.

2.2 Erläuterung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche[2]

Leitidee *Zahl*

Zahlen entstanden als Produkte menschlicher Denkprozesse bei der Widerspiegelung der Realität und gelten allgemein als ein Synonym für die Mathematik. Zahlendarstellungen und Zahlensysteme bleiben – beginnend bei der individuellen metrischen Anwendung im Sinne eines kritischen Vernuftgebrauchs bis zur automatisierten Datenanalyse, Prozesssteuerung, Modellbildung und Simulation in der heutigen hochindustrialisierten Welt – Grundlage von Prozessen jeder Mathematikverarbeitung. Die verschiedenen Aspekte des Zahlbegriffs (kardinal, ordinal, operational) beim Zählen, Messen, Kodieren und mathematischen Verknüpfen werden eher indirekt von den Lernenden erfasst. Im Mathematikunterricht steht das Rechnen in verschiedenen Zahlenbereichen und Darstellungsformen bei formalen Operationen und in Anwendungssituationen im Vordergrund und muss auch ohne Hilfsmittel sicher beherrscht werden.

Leitidee *Funktionaler Zusammenhang*

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Abhängigkeiten und Veränderungen erfassen, modellieren und analysieren. Damit sind Funktionen insbesondere geeignet, als Modelle für eine Vielzahl von Realsituationen aus Natur und Gesellschaft zu dienen. Das Ar-

---

[2] vgl. Rahmenplan *Mathematik* – Kerncurriculum für die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe (2006) (www.bildung-mv.de/de/publikationen/rahmenplaene/)

beiten mit Funktionen ist gekennzeichnet durch den Wechsel zwischen numerischen, graphischen und symbolischen Darstellungsformen.

Leitidee *Approximation*

In vielen mathematischen Situationen können Größen nur näherungsweise bestimmt werden. Oft ist es aber möglich, diese Näherungen in Grenzprozessen zu kontrollieren und prinzipiell beliebig genau zu machen. So können geometrische Figuren durch systematische Ausschöpfung gemessen, lokale Änderungsraten in funktionalen Zusammenhängen bestimmt und Bestände durch infinitesimale Summation rekonstruiert werden.

Leitidee *Räumliches Strukturieren*

Durch die Darstellung geometrischer Situationen mit Hilfe von Koordinaten werden geometrische Probleme der analytischen Bearbeitung zugänglich. Objekte und deren Relationen im Anschauungsraum lassen sich mit Koordinaten und Vektoren konkret und abstrakt erfassen. Probleme des Messens und der gegenseitigen Lage sind dann lösbar.

Leitidee *Daten und Zufall*

Umfangreiche erhobene Daten lassen sich durch statistische Darstellung graphisch und mittels statistischer Kenngrößen numerisch zusammenfassend beschreiben und interpretieren. Durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung können Zufallserscheinungen (z. B. bei Stichprobennahmen) verstanden und qualitativ erfasst werden. Auf diese Weise kann man zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen gelangen.

Leitidee *Messen*

Neben dem handwerklichen Messen an realen Gegenständen bietet die Mathematik die Möglichkeit, geometrische Maße indirekt oder systematisch approximativ zu bestimmen. Das geschieht durch eine analytische Darstellung geometrischer Situationen oder durch eine kontrollierte Ausschöpfung.

Leitidee *Algorithmus*

Mathematische Verfahren können in Form von Algorithmen systematisiert werden. Diese produzieren dann in genau spezifizierten Anwendungssituationen verlässliche Ergebnisse. Algorithmen spielen in allen Bereichen der Mathematik eine Rolle und können zugleich Computern zur Ausführung übertragen werden. Sie entlasten so den Nutzer von der detaillierten Ausführung. Um sie jedoch sinnvoll zu nutzen, müssen ihre Funktionsweise, ihre Ergebnisdarstellung sowie die Bedingungen und Grenzen ihrer Anwendung verstanden werden. Algorithmen spielten auch im Sekundarbereich I eine Rolle. Sie werden im Unterricht an der Fachoberschule weiterentwickelt.

2.3 Digitale Werkzeuge und Medien

Digitale Werkzeuge und Medien dienen zur Berechnung und Veranschaulichung, zur Gewinnung von mathematischen Erkenntnissen und zum Lösen von Problemen sowie zur Modellbildung und Simulation. Über die eigentliche Mathematikverarbeitung hinaus bieten sie Möglichkeiten zur Informationsbeschaffung und zur Ergebnispräsentation. In virtuellen Arbeitsräumen (z. B. eLearning, netzbasiertes Lernen) unterstützen sie individuelles und kooperatives Lernen.

Folgende Vorzüge dieser Werkzeuge und Medien unterstützen bei didaktisch durchdachtem Einsatz den Erwerb allgemeiner und inhaltsbezogener mathematischer Kompetenzen:

- Realitätsnahe Aufgaben werden mit authentischem Zahlenmaterial bearbeitet.
- Durch gezieltes Variieren werden Gesetzmäßigkeiten und Abhängigkeiten entdeckt.
- Sachverhalte und Daten werden schnell und einfach visualisiert.
- Das Begreifen und Mathematisieren von Zusammenhängen sowie das Interpretieren mathematischer Ergebnisse werden wichtiger als das mechanische Ausführen von Berechnungen.
- Lösungsideen können unmittelbar ausgeführt und auf ihre Brauchbarkeit überprüft werden.

- Entwickelte Algorithmen können ausgeführt und auf ihre Funktionstüchtigkeit überprüft werden.
- Selbstständiges Arbeiten und Teamfähigkeit werden gefördert.
- Das individuelle Lernen kann durch elektronische Arbeitsblätter unterstützt werden.
- Das Recherchieren von Informationen sowie das Präsentieren und Bewerten von Lösungswegen wird geschult.

Ein **wissenschaftlicher Taschenrechner** wird bereits bis zum Mittleren Schulabschluss und an der Berufsschule benutzt. Ob ein graphikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne Computer-Algebra-Systeme (CAS) eingeführt wird, entscheidet die Schule mit Blick auf eine vertretbare Kosten-Nutzen-Rechnung.

Entscheidende Vorteile einer **Tabellenkalkulations-Software** für PC oder auch für GTR liegen darin, dass einerseits wiederholte Berechnungen mit unterschiedlichen Daten in Tabellen sehr schnell durchgeführt und andererseits Parameter in Formeln gezielt variiert werden können. Gut geeignet ist diese Software zur Darstellungen funktionaler Zusammenhänge, weil die Werte in den Tabellenzellen sofort durch unterschiedliche Diagrammarten visualisiert und interpretiert werden. Bei der Erarbeitung und Nutzung eines Tabellenkalkulationsblattes kann der Funktions- und Variablenbegriff gebildet und vertieft werden. Eine große Hilfe ist die Tabellenkalkulation auch bei der Ausführung von Algorithmen, der Auswertung von Daten und der Präsentation der Ergebnisse.

Funktionsplotter für PC bzw. auf GTR bieten sich dann an, wenn der Verlauf von Funktionsgraphen untersucht und analysiert wird. Fragestellungen nach dem Einfluss von Parametern, der möglichen Lage von besonderen Punkten, von Achsenschnittpunkten und dem Schnitt zweier oder mehrerer Graphen werden bei ihrer Bearbeitung visuell unterstützt. Werden Funktionsplotter für GTR genutzt, sollte auch die Leistungsfähigkeit PC-basierter Software demonstriert werden.

3 Zur Arbeit mit dem Rahmenplan

Die Schüler besitzen im Regelfall einen der Mittleren Reife gleichgestellten allgemeinbildenden Schulabschluss sowie einen beruflichen Abschluss. Diese Eingangsvoraussetzungen sind durch den persönlichen Werdegang des Lernenden und seine eigenen Leistungsdispositionen stark differenziert und lassen sich kaum durch Mindesterwartungen, die zudem für das berufsbezogene Ausbildungsprofil sehr spezifisch sein können, beschreiben.

Neben dem Rahmenplan ist es für die Unterrichtsplanung notwendig, das reaktivierbare Wissen und Können der Schüler zu diagnostizieren. Dazu eignet sich ein Frage- und Aufgabenkatalog, der exemplarisch wesentliche vorausgesetzte Inhalte und Kompetenzen erfasst. Geeignet dafür erscheinen Aufgabenformate aus den Prüfungen zur Mittleren Reife im Fach *Mathematik*[3]. Es ist von den Erwachsenen zu erwarten, dass sie sich zum eigenen Entwicklungsstand positionieren können und sich selbstständig auch Erforderliches aneignen.

[3] (www.bildung-mv.de/de/publikationen/)

3.1 Verbindliche Themenfelder

In beiden ersten verbindlichen Themenfeldern sollen Wissen und Können systematisiert und so insbesondere bezüglich der fachtypischen Arbeitsweisen Vorleistungen für den weiteren Unterricht geschaffen werden.

- Leitidee *Zahl* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen
- Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen ohne Differenzialrechnung

  Die kursivgesetzten Inhalte 5.2.3 und 5.2.4 werden für die zentrale schriftliche Prüfung nicht erwartet, stehen jedoch möglicherweise in enger Beziehung zum Berufsfeld und können zur fakultativen Schwerpunktsetzung herangezogen werden.
- Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen mit Differenzialrechnung
- Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen mit Integralrechnung

3.2 Fakultative Themenfelder

- Leitidee *Daten und Zufall*

  Die Kompetenzaneignung kann in Bezug auf andere Lernbereiche bedeutsam sein und ist dann schulintern zu planen. Die schriftliche Prüfung enthält keine Aufgaben zur Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.
- Leitidee *Messen* und Leitidee *Raum und Form*

  Entsprechende Kompetenzen werden im Mathematikunterricht an der Fachoberschule nicht umfangreich reaktiviert und weiterentwickelt, können aber in berufsbezogenen Lernbereichen bedeutsam sein.

4 Eingangsvoraussetzungen und abschlussorientierte Standards

Für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb sollten Schüler zu Beginn der Jahrgangsstufe 12 bestimmte fachliche Anforderungen bewältigen. Diese sind in den KMK-Bildungsstandards im Fach *Mathematik* für den Mittleren Schulabschluss beschrieben und werden im Folgenden als Eingangsvoraussetzungen dargestellt. Mit entsprechender Eigeninitiative und gezielter Förderung können auch Schüler die Jahrgangsstufe 12 erfolgreich absolvieren, die zu deren Beginn diese Eingangsvoraussetzungen noch nicht in vollem Umfang erreicht haben. Den Schülern ermöglichen sie, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern. Lehrkräfte nutzen sie für differenzierte Lernarrangements sowie zur individuellen Lernberatung.

Am Ende der Fachoberschule müssen die Schüler jene Kompetenzen erworben haben, die in den abschlussorientierten Standards beschrieben sind und den Zugang zur Fachhochschule eröffnen.

4.1 Prozessbezogene Kompetenzen

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	**Abschlussorientierte Standards**
 **Mathematisch Argumentieren**	
Dazu gehört: – Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind (*Gibt es …?*, *Wie verändert sich…?*, *Ist das immer so …?*) und Vermutungen begründet äußern, – mathematische Argumentationen entwickeln (Erläuterungen, Begründungen, Beweise), – Lösungswege beschreiben und begründen.	Die Schüler – erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf, – begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen, – entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen, – hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	Abschlussorientierte Standards
Probleme mathematisch lösen	
Dazu gehört: – vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten, – geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden, – die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie Lösungsideen und Lösungswege finden und reflektieren.	Die Schüler – untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen, – geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen, – vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele, – finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Zwischenergebnisse, Variablen), – verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes), – reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.
Mathematisch modellieren	
Dazu gehört: – den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen, – in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten, – Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.	Die Schüler – strukturieren und vereinfachen eine reale Situation, so dass diese mathematisch zugänglich wird, und reflektieren die Vereinfachungen, – beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen u. a.), – interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung, – überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls, – geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen, die es beschreibt, an.

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	Abschlussorientierte Standards
Mathematische Darstellungen verwenden	
Dazu gehört: – verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden, – Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen, – unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.	Die Schüler – interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, graphische und symbolische), – wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen, – erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.
x+y **Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**	
Dazu gehört: – mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten, – symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt, – Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen, – mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständig einsetzen.	Die Schüler – verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen und Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache, – führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse, – setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner u. a.) zur Darstellung und beim Problemlösen ein.

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	Abschlussorientierte Standards
Kommunizieren	
Dazu gehört: – Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien, – die Fachsprache adressatengerecht verwenden, – Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.	Die Schüler – erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathematikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen), – stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen, – erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse, – dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien, – organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Probleme.

4.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die oben beschriebenen prozessbezogenen Kompetenzen werden von Schülern in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Dementsprechend lassen sich die prozessbezogenen Kompetenzen als Dispositionen von Schülern vielfältig inhaltsbezogen konkretisieren. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen sind jeweils ausgewählten mathematischen Leitideen zugeordnet, um Verständnis von grundlegenden mathematischen Konzepten zu erreichen, Besonderheiten mathematischen Denkens zu verdeutlichen sowie Bedeutung und Funktion der Mathematik für die Gestaltung und Erkenntnis der Welt erfahren zu lassen. Folgende mathematische Leitideen sind zu Grunde gelegt: *Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall*. Eine Leitidee vereinigt Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete.

Die Zuordnung einer inhaltsbezogenen Kompetenz zu einer mathematischen Leitidee ist nicht in jedem Fall eindeutig, sondern davon abhängig, welcher Aspekt mathematischen Arbeitens im inhaltlichen Zusammenhang betont werden soll.

<table>
<tr><th>Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12</th><th>Abschlussorientierte Standards</th></tr>
<tr><td colspan="2">1/2 **Leitidee *Zahl***</td></tr>
<tr><td>Die Schüler
– nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
– stellen Zahlen der Situation angemessen dar, u. a. in Zehnerpotenz-Schreibweise,
– begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen,
– nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen,
– nutzen zur Kontrolle Überschlagsrechnungen und andere Verfahren,
– runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,
– verwenden Prozent- und Zinsrechnung sachgerecht,
– erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
– wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen,
– führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen,
– prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells und seiner Bearbeitung.</td><td>Die Schüler
– stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar und runden Dezimalzahlen sachgerecht,
– verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an,
– führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen,
– erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen.
Leitidee *Approximation*
Die Schüler
– beschreiben und reflektieren Verfahren zur Einschachtelung,
– beschreiben die Ableitung als Grenzwert von mittleren Änderungsraten und bestimmen diese näherungsweise graphisch und numerisch,
– erläutern den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung, indem sie in inner- und außermathematischen Situationen interpretieren,
– bestimmen das asymptotische Verhalten von Funktionen (gebrochen rationale Funktionen, natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen) und interpretieren es in Anwendungszusammenhängen.</td></tr>
</table>

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	Abschlussorientierte Standards
Leitidee *Messen*	
Die Schüler – nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen, – wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel), – schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten, – berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren, – berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern, – berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen, – nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.	Die Schüler – messen Strecken und Winkel, – berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren, Volumen und Oberfläche von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammengesetzten Körpern, – bestimmen Flächeninhalt und Umfang von krummlinig begrenzten Figuren näherungsweise.

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	**Abschlussorientierte Standards**
Leitidee *Raum und Form*	**Leitidee: *Räumliches Strukturieren/Koordinatisieren***
Die Schüler – erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt, – operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern, – stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar, – stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen, – analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes, – beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen, – wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen an, insbesondere den Satz des PYTHAGORAS und den Satz des THALES, – zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware, – untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen, – setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.	Die Schüler – klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften.

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	**Abschlussorientierte Standards**
Leitidee *Funktionaler Zusammenhang*	
Die Schüler – nutzen Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, – erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher, tabellarischer oder graphischer Form sowie gegebenenfalls als Term dar, – analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (wie lineare, proportionale und antiproportionale), – lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen, proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen, – interpretieren lineare Gleichungssysteme graphisch, – lösen Gleichungen und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch, auch unter Einsatz geeigneter Software, und vergleichen ggf. die Effektivität ihres Vorgehens mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren), – untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen, – bestimmen kennzeichnende Merkmale von Funktionen und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph her, – wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an, – verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung von periodischen Vorgängen, – beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms,	Die Schüler – wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen ganzrationaler Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren, sowie gebrochen rationaler Funktionen – charakterisieren und interpretieren die Verläufe der Funktionen $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$, $f(x)=a^x$, $f(x)=\log_a x$ und beschreiben Anwendungssituationen für diese Funktionen, – verwenden Winkelmaße in Grad- und Bogenmaß und interpretieren diese auch über den Vollwinkel hinaus, – geben zeichnerisch und rechnerisch Umkehrfunktionen zu linearen Funktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen und zu Exponentialfunktionen an und beschreiben damit reale Situationen, – identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, graphischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungsproblemen, – verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme, – deuten in inner- und außermathematischen Situationen die Ableitung als lokale Änderungsrate oder Tangentenanstieg, – interpretieren die Ableitungsfunktion im Anwendungskontext, – rekonstruieren den Verlauf von Funktionen qualitativ aus ihren Änderungsraten, – beschreiben die Integration als Umkehroperation zur Differenziation, – nutzen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung zur Bestimmung von bestimmten Integralen, – berechnen das bestimmte Integral von Potenzfunktionen und linearen Funktionen zur Lösung von Anwendungsproblemen,

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	**Abschlussorientierte Standards**
– geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mit Hilfe dieser Funktion beschrieben werden können.	verwenden Ableitungsregeln (Produkt- und Quotientenregel, Kettenregel) beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen, – erfassen und beschreiben das Änderungsverhalten von Funktionen (ganzrationale Funktionen, gebrochen rationale Funktionen, Wurzelfunktionen, natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen) mit mathematischen Begriffen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen, Polstellen, senkrechte und waagerechte Asymptoten), – lösen Extremalprobleme durch Aufstellen und Untersuchen einer Zielfunktion, – nutzen notwendige und hinreichende Bedingungen sowie inhaltliche Begründungen zum Nachweis von lokalen Extrem- bzw. Wendestellen, – analysieren Funktionen (verknüpfte, verkettete, abschnittweise definierte) mit Hilfe mathematischer Begriffe (Stetigkeit, Differenzierbarkeit), – verwenden Integrationsregeln (Substitution, partielle Integration) beim Lösen von inner-und außermathematischen Problemen.

Eingangsvoraussetzungen für die Jahrgangsstufe 12	**Abschlussorientierte Standards**
Leitidee *Daten und Zufall*	
Die Schüler – werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus, – planen statistische Erhebungen, – sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software), – interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen, – reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren, – beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen, – bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten.	Die Schüler – planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten und bewerten Darstellungen kritisch, – bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte und interpretieren diese, – bestimmen Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe von LAPLACE-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an, – nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten.
	Leitidee *Algorithmus*
	Die Schüler – bestimmen Lösungen von Gleichungen oder Integrationen mit numerischen Verfahren und begründen deren Funktionsweise, – lösen Gleichungssysteme, beschreiben und begründen Lösbarkeits- sowie Eindeutigkeitsfragen.

5 Themenbereiche und Inhalte im Überblick

5.1 Leitidee *Zahl* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen

- Rationale, irrationale, reelle Zahlen, Mengendiagramme
- Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner, sinnvolle Genauigkeit
- Wurzeln von Quadratzahlen, Interpolation (Kopfrechnen)
- Rechengesetze der Bruch-, Potenz- und Wurzelrechnung zur Termumformung
- Gleichungen mit Bruch-, Potenz- und Wurzeltermen
- Notwendigkeit der Zahlenbereichserweiterung
- Abbrechende und einfache periodische Dezimalzahlen als Brüche
- Geometrische Konstruktion einiger Quadratwurzeln (auch auf der Zahlengeraden)
- Intervallschachtelung als Näherungsverfahren
- Rechnen mit Quadratwurzeln (Produkt, Quotient, Summe, Differenz)
- Gleichungen mit Bruch-, Potenz- und Wurzeltermen

5.2 Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen ohne Differenzialrechnung

5.2.1 Lineare Gleichungen, Gleichungssysteme und Funktionen

- Lineare Funktionen
- Lineare Gleichungssysteme mit bis zu 3 Unbekannten, geeignete Lösungsverfahren
- Äquivalente Umformungen von Ungleichungen
- Systeme linearer Ungleichungen mit bis zu 2 Unbekannten
- Graphisches und rechnerisches Bestimmen von Anstieg und Steigungswinkel
- Graphisches und rechnerisches Bestimmen von Schnittpunktkoordinaten
- Lagebeziehung zwischen Geraden (Schnittwinkel, Parallelität, Orthogonalität)
- Streckenlänge und -mittelpunkt, Umfang und Flächeninhalt

5.2.2 Quadratische Funktionen, Potenzfunktionen ($n \leq 4$) und gebrochen rationale Funktionen

- Parabelformen in der Umwelt
- Graphen quadratischer Funktionen der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$ über Wertetabellen, Elemente der Kurvendiskussion
- Lösung quadratischer Gleichungen der Form $0 = ax^2 + bx + c$ durch systematisches Probieren, mit Hilfe von Tabellen und durch Ablesen von Koordinatenwerten
- Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion, geometrische Bedeutung der Parameter (Verschiebung, Streckung/Stauchung) in der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion
- Graphische Lösung quadratischer Gleichungen
- Begründung der Lösbarkeit quadratischer Gleichungen
- Zerlegung in Linearfaktoren
- Lösungsformel für quadratische Gleichungen
- Koordinaten der Achsenschnittpunkte einer Parabel (graphisch und rechnerisch)

- Schnittpunktkoordinaten von Parabel und Gerade (graphisch und rechnerisch)
- Lösungsverfahren biquadratischer Gleichungen
- Besondere Eigenschaften quadratischer Funktionen (Monotonie, Scheitelpunkt als Hoch- oder Tiefpunkt, Krümmung, Symmetrie, Verhalten für betragsgroße x von der Anschauung her)
- Klassifizieren der Graphen der Potenzfunktionen gemäß ihrer Symmetrieeigenschaften
- Satz von VIETA zur Kontrolle der Lösungen quadratischer Gleichungen
- Extremwertprobleme
- Begründung der Potenzgesetze, Vereinfachung von Termen
- n-te Wurzeln zur Auflösung von Potenzgleichungen (exemplarisch)
- Wurzelfunktion als Umkehrfunktion einer quadratischen Funktion (Normalparabel)
- Polynomdivision
- Besondere Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen (Betrachtungen zum Definitionsbereich, Definitionslücken, Verhalten für betragsgroße x)

Sachbezüge: Brückenbögen, Wurfparabel, freier Fall, Brems-/Anhalteweg und Extremalprobleme, die auf quadratische Zielfunktionen führen (z. B. Flächeninhalte, Volumina, Gewinnfunktionen)

5.2.3 Situationen mit Winkeln, Längen und Winkelfunktionen beschreiben

- *Graphen der Sinusfunktion, Periodizität*
- *Winkel und Längen in rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe von Sinus, Kosinus und Tangens*
- *Bogenmaß eines Winkels*
- *Eigenschaften der Sinus- und Kosinusfunktion (Definitions- und Wertebereich, Punkt- und Achsensymmetrie, Nullstellen)*
- *Winkel und Längen in beliebigen Dreiecken (Zerlegung in rechtwinklige Teildreiecke)*
- *Sinussatz zur Berechnung von Längen und Winkeln in beliebigen Dreiecken*
- *Begründung des Sinussatzes in spitzwinkligen Dreiecken*
- *Graphen der allgemeinen Sinusfunktion (geometrische Deutung und Beschreibung der Parameter a, b, c und d)*
- *Kosinussatz in beliebigen Dreiecken*
- *Winkelbeziehung am Einheitskreis*
- *Beweis des Sinus- und des Kosinussatzes in beliebigen Dreiecken*
- *Satz des PYTHAGORAS als Spezialfall des Kosinussatzes*
- *Allgemeine Sinusfunktion als mathematisches Modell für periodische Vorgänge*

Sachbezüge: geometrische Flächen und Körper als Modell, Landvermessung, Gezeiten, Sonnenhöhe, Schwingungen und Wellen, Akustik

5.2.4 Wachstum und Zerfall mit Funktionen beschreiben

- *Exponentielles Wachstum an einfachen Beispielen (z. B. Zinseszins)*
- *Lineares und exponentielles Wachstum (tabellarisch und graphisch, Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms)*
- *Exponentielle Abnahme exemplarisch*
- *Zerfallsprozesse (tabellarisch und graphisch, Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms)*
- *Mathematische Modelle, Auswirkung von Parameterveränderungen auf Wachstums- bzw. Zerfallsprozesse*

- *Logarithmengesetze*
- *Exponential- und Logarithmusgleichungen*
- *Definition, Eigenschaften und graphische Darstellung der Funktion y = f(x) = k a x*
- *Definition, Eigenschaften und graphische Darstellung der Funktion y = f(x) = loga x*
- *Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen von Exponentialfunktionen*
- *Exponentialgleichungen*

Sachbezüge: Zinseszins, Bevölkerungsentwicklungen, Prognosen zur Entwicklung von Populationen (Seerosen etc.), Entwicklung des Energieverbrauchs, Luftverschmutzung, Abbau chemischer Substanzen im Blut, Zerfall radioaktiver Substanzen (C-14-Methode)

5.3 Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen mit Differenzialrechnung

- Änderungsverhalten in verschiedenen Kontexten und Darstellungen (Tabelle, Graph)
- Mittlere und lokale Änderungsraten in realen und geometrischen Situationen (Differenzenquotient, Sekante, Tangente)
- Inhaltlich-anschaulicher Grenzwertbegriff
- Ableitungsregeln (Ableitung von Konstanten, von Summen und konstanten Vielfachen von Funktionen, Potenz-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel)
- Verlauf von Graphen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen) ganzrationaler Funktionen in Anwendungszusammenhängen
- Kriterien (notwendige Bedingung und inhaltliche Begründungen) für die Existenz und Lage von lokalen und globalen Extremstellen und Wendestellen
- Notwendige Bedingung und hinreichende Bedingungen für die Existenz von lokalen Extrem- bzw. Wendestellen
- Modellieren von Anwendungssituationen mit ganzrationalen Funktionen durch Auffinden geeigneter Parameter
- Einfache Extremalprobleme in inner- und außermathematischen Situationen
- Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen (Polstellen, senkrechte, waagerechte und schiefe Asymptoten)

5.4 Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen mit Integralrechnung

- Stammfunktionen und Integrale von ganzrationalen Funktionen und Wurzelfunktionen $\left(\sqrt{ax+b}\right)$
- Bestimmtes Integral von linearen, ganzrationalen Funktionen und Wurzelfunktionen
- Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung
- Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen

5.5 Leitidee Daten und Zufall

5.5.1 Statistische Erhebungen

- *Klassen von Daten, Säulendiagramme*
- *Modalwert, Median und arithmetisches Mittel*
- *Spannweite*
- *Aussagekraft der Mittelwerte und der Spannweite*
- *mittlere lineare Abweichung*
- *zwei Datensätze mit gleichem arithmetischen Mittel und unterschiedlicher mittlerer linearer Abweichung*
- *typische Fehler (überzogene Genauigkeit, unterschiedliche Bezugsbasis, falsches Festschreiben von Trends, Arbeiten mit vorsortierten Stichproben, falsche Verwendung des Prozentbegriffs) und Manipulationen bei Graphiken*
- *kumulierte Häufigkeitsverteilungen und Darstellungen (auch Polygonzüge)*
- *Wahl des Mittelwerts*
- *Boxplots zur Interpretation der Datenerhebung*

Sachbezüge sind alle Formen von Datenangaben und Darstellungen von Daten aus den Medien, aus dem Berufsfeld und aus der Erfahrungswelt der Schüler.

5.5.2 Mit Wahrscheinlichkeiten rechnen

- *Ergebnismenge 2- und 3-stufiger Zufallsexperimente (Baumdiagramme)*
- *Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen 2- und 3-stufiger Zufallsexperimente (1. Pfadregel)*
- *Ergebnismenge mehrstufiger Zufallsexperimente (Baumdiagramme)*
- *Wahrscheinlichkeiten von Ergebnissen und Ereignissen mehrstufiger Zufallsexperimente (1. und 2. Pfadregel)*
- *LAPLACE-Wahrscheinlichkeiten auf Grundlage des Urnenmodells (Ziehen mit und ohne Zurücklegen)*
- *Kombinatorische Grundmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen)*
- *Mehrstufige Zufallsexperimente mit Hilfe des Urnenmodells*

Sachbezüge sind mehrfacher Würfel- und Münzwurf, Wegenetze, Glücksräder und GALTON-Brett.